

**Instituto Politécnico de Viseu**  
**Escola Superior de Tecnologia e Gestão**

**Prova Escrita de Avaliação de Conhecimentos e Competências**  
**para Maiores de 23 Anos**

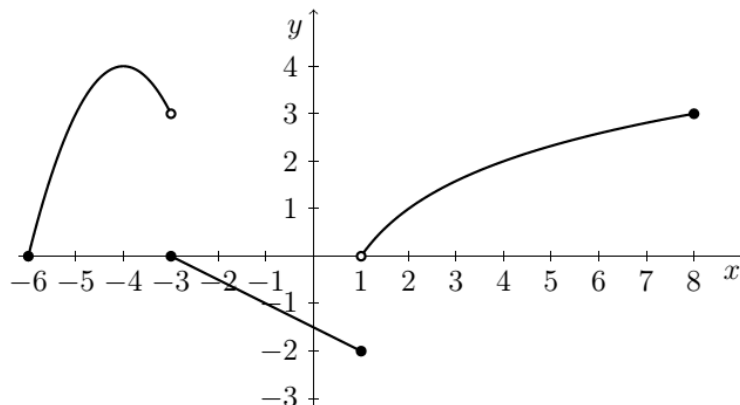
**Prova Modelo de Matemática (Opcional)**

**2023**

**GRUPO I**

- As questões deste grupo são de escolha múltipla.
- Para cada uma delas, são indicadas quatro alternativas, das quais só uma está correta.
- Escreva na sua folha de respostas a letra correspondente à alternativa que selecionar para cada questão.
- Se apresentar mais do que uma resposta, a questão é anulada, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.
- Não apresente cálculos.

1. Na figura seguinte está representada graficamente a função  $g$ .



(a) Indique qual das seguintes afirmações é verdadeira:

- (A)  $g(1) = 0$       (B)  $g''(2) < 0$       (C)  $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = +\infty$       (D)  $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = g(1)$

(b) Complete a frase, escolhendo uma das opções, de modo a obter uma afirmação verdadeira:  
"Podemos afirmar que \_\_\_\_\_."

- (A)  $D_g = [-6, 8]$     (B)  $D_g = ]-2, 4]$     (C)  $D_g = \mathbb{R}$                       (D)  $D'_g = \mathbb{R}$

(c) Complete a frase, escolhendo uma das opções, de modo a obter uma afirmação verdadeira:  
"Podemos afirmar que \_\_\_\_\_."

- (A)  $g(x)$  é contínua em  $[-3, 1]$                       (B)  $g''(x) > 0$  em  $] -6, -3[$   
(C)  $g'(x) > 0$  em  $[2, 7]$                                   (D)  $g(x)$  é contínua em  $[0, 3]$

2. Num referencial ortonormado  $xOy$ , considere as retas  $r$  e  $s$ . A reta  $s$  passa pelos pontos de coordenadas  $(-1,2)$  e  $(2,1)$ . Sabendo que a reta  $r$  é paralela à reta  $s$  e que passa pelo ponto de coordenadas  $(0,8)$  qual é a equação reduzida da reta  $r$  ?

(A)  $y = 8x - \frac{1}{3}$       (B)  $y = -\frac{1}{3}x + 8$       (C)  $y = \frac{1}{3}x$       (D)  $y = 3x + 8$

3. O termo geral de uma sucessão cujos quatro primeiros termos são 2, 4, 6 e 8 pode ser:

(A)  $n$       (B)  $\frac{4n}{2n+2}$       (C)  $2n$       (D)  $2^n$

### GRUPO II

Nas questões seguintes apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que efetuar e todas as justificações necessárias.

1. Considere a função  $f$ , definida por:

$$f(x) = \begin{cases} (x-1)^2 & \text{se } x \leq 1, \\ \frac{e^x}{x-1} & \text{se } x > 1 \end{cases} .$$

- (a) Verifique se  $f$  é contínua em  $x = 1$ .
- (b) Esboce o gráfico de  $f$  para  $x \leq 1$ .
- (c) Para  $x \leq 1$ , determine os zeros da função  $f$ .
2. Considere a função  $h$  definida por  $h(x) = 4 \sin(2x) - 2\sqrt{2} \cos(2x)$
- (a) Calcule  $h'(\frac{\pi}{2})$ .
- (b) Determine a equação reduzida da reta tangente ao gráfico de  $h$  no ponto de abscissa  $x = \frac{\pi}{2}$ .
3. Na Internet, no dia 14 de outubro de 2019, pelas 14 horas, colocaram-se à venda todos os bilhetes de um espetáculo. O último bilhete foi vendido cinco horas após o início da venda. Admita que,  $t$  horas após o início da venda, o número de bilhetes vendidos, em centenas, é dado, aproximadamente, por

$$N(t) = 8 \log_4(3t + 1)^3 - 8 \log_4(3t + 1) \quad , \text{ para } t \in [0,5].$$

- (a) Mostre que  $N(t) = 8 \log_4(3t + 1)^2$ , para  $t \in [0,5]$ .
- (b) Determine quanto tempo foi necessário para vender 2400 bilhetes.
4. Numa turma, 20% dos alunos falam bem inglês, 40% falam bem francês e 15% dominam as duas línguas.
- (a) Calcule a probabilidade de um aluno escolhido ao acaso falar pelo menos uma das línguas.
- (b) Escolheu-se um aluno aleatoriamente e verificou-se que falava inglês. Qual a probabilidade de o mesmo falar francês?

**FIM**